

CORRIGE

APPLI VELOS : CUMUL DE FACTEURS et CROISSANCE

Une entreprise productrice de vélos souhaite calculer la croissance de la *Productivité du travail*, au long de 4 périodes trimestrielles ($t= 0$ à 3).

La productivité notée P est un ratio dont la valeur est : $P = \frac{Q}{H}$

où Q = quantités produites durant la période et H = nombre d'heures travaillées

(L'entreprise utilise évidemment aussi des machines.)

Vous disposez dans le tableau ci-dessous des valeurs Q et H pour chaque fin de trimestre t = 0 à 3 (soit : Décembre, Mars, juin, Septembre) - ces données sont fictives -

col 1	col 2	col 3	col 4	col 5	col 6	col 7	col 8
trim (t)	Q	H	P	$\mu(Q)$	$\mu(H)$	$\mu(Q)/\mu(H)$	vérification $\mu(P)$
0	100	300	0,33	1	1	1	1
1	150	250	0,60	1,50	0,83	1,80	1,80
2	190	200	0,95	1,27	0,80	1,58	1,58
3	220	150	1,47	1,16	0,75	1,54	1,54
${}_0\mu_3$	2,2	0,5	4,4	2,2	0,5	4,4	
	${}_0\mu(Q)_3$	${}_0\mu(H)_3$	${}_0\mu P_3$	${}_0\mu(Q)_3$	${}_0\mu(H)_3$	${}_0\mu P_3$	

(NB : Les colonnes vierges sont à compléter. Leur nombre est aléatoire et laissé à votre appréciation).
Le nombre de décimales peut être réduit à 2.

Travail demandé : répondre aux 4 questions

- 1) Calculer dans le tableau la productivité du travail (P)

On applique simplement la définition

$$P = \frac{Q}{H} \text{ (résultats colonne 4)}$$

- 2) Calculer les multiplicateurs successifs des quantités produites et des heures travaillées

Chaque multiplicateur est donné par

$${}_t\mu(Q \text{ ou } H)_{t+1} = (Q \text{ ou } H_{t+1} / Q \text{ ou } H_t) \text{ (résultats colonne 5 et 6)}$$

- 3) Démontrer que la croissance de la productivité du travail est le résultat d' *un cumul de facteurs*

a. Ecrire ci-dessous la formule de votre démonstration

La variable (P) étant un quotient, sa croissance due au cumul des facteurs Q et H, s'écrit :

$${}_t\mu(P)_{t+1} = ({}_t\mu(Q)_{t+1} / ({}_t\mu(H)_{t+1}))$$

b. Appliquez cette formule dans le tableau pour chaque trimestre

L'application est réalisée dans **la colonne 7**

c. Vérifier l'exactitude de vos résultats en calculant dans le tableau, les multiplicateurs successifs de (P) (voir question 1).

Les valeurs de P étant connues (colonne 4, question 1), il est possible de calculer les multiplicateurs successifs sans recourir à la règle du cumul de facteurs, soit :

$${}_t\mu(P)_{t+1} = (P_{t+1} / P_t)$$

résultats en **colonne 8**

4) Votre formule est-elle vraie en raisonnant sur la période globale (c'est-à-dire l'année entre 0 et 3).
Si oui démontrer le ci-dessous.

OUI. Et la règle peut être appliquée selon deux méthodes :

a) Partant des valeurs absolues de Q, H et P (colonnes 2,3 et 4) –en jaune dans le tableau -

On calcule alors ${}_0\mu(P)_3 = ({}_0\mu(Q)_3 / {}_0\mu(H)_3)$

$${}_0\mu(P)_3 = P_3 / P_0 = 1,47/0.33 = 4,4$$

$${}_0\mu(Q)_3 = Q_3 / Q_0 = 220/100 = 2,2$$

$${}_0\mu(H)_3 = H_3 / H_0 = 150/300 = 0,5$$

On a bien ${}_0\mu(P)_3 = ({}_0\mu(Q)_3 / {}_0\mu(H)_3)$ soit $4,4 = 2,2 / 0,5$

b) Partant des multiplicateurs globaux de Q, H et P (colonnes 5, 6 et 7) – en vert dans le tableau-

On calcule de même ${}_0\mu(P)_3 = ({}_0\mu(Q)_3 / {}_0\mu(H)_3)$ mais en adoptant la définition du multiplicateur global : « le multiplicateur global est le produit des multiplicateurs successifs », soit :

$${}_0\mu(P)_3 = \prod_{i=1}^3 \mu(P)_i = (1,8 \times 1,58 \times 1,54) = 4,4$$

$${}_0\mu(Q)_3 = \prod_{i=1}^3 \mu(Q)_i = (1,5 \times 1,27 \times 1,16) = 2,2$$

$${}_0\mu(H)_3 = \prod_{i=1}^3 \mu(H)_i = (0,83 \times 0,80 \times 0,75) = 0,5$$

On a bien ${}_0\mu(P)_3 = ({}_0\mu(Q)_3 / {}_0\mu(H)_3)$ soit $4,4 = 2,2 / 0,5$

5) Votre formule s'applique t'elle aux Taux de croissance global des trois variables ? Dites pourquoi et prouvez le.

NON. On ne peut appliquer le cumul de facteurs directement aux taux de croissance. Car on doit respecter **la règle d'or de la croissance** : « *Dans un cumul de variations successives, on ne raisonne pas avec les taux, mais avec les multiplicateurs* ».

On peut démontrer que :

$${}_0\tau(P)_3 \neq ({}_0\tau(Q)_3 / {}_0\tau(H)_3)$$

Chacun de ces taux étant égal à ${}_0\tau(P \text{ ou } Q \text{ ou } H)_3 = [{}_0\mu(P \text{ ou } Q \text{ ou } H)_3] - 1$

On devrait pouvoir écrire : $340\% = (120\% / -0,50\%)$

Or $(120\% / -0,5\%) = - 240\% !!$

Fin du corrigé

-γ-